

كيفية حساب حجم العينة n من مجتمع طبيعي حجمه N عنصراً

د. إبراهيم محمد العلي

أستاذ في كلية الاقتصاد بجامعة تشرين

1- مقدمة :

إن حجم العينة العشوائية n التي يجب سحبها من مجتمع الدراسة يرتبط بعدة أمور هي:

1- نوع المعاينة: المعاينة البسيطة- المعاينة الطبقية- المعاينة العنقودية... الخ . ونظراً لتعقيدات الموضوع وتشعباته فإننا هنا سنقتصر على حساب حجم العينة n في المعاينة العشوائية البسيطة فقط .

2- طريقة السحب: وهناك طريقتان للسحب هما : السحب مع الإعادة- السحب بدون إعادة .

3- نوع المؤشر المدروس: ونقصد به المؤشر الذي نريد تقديره من معلومات العينة وهو غالباً ما يكون أحد المؤشرين التاليين:

- متوسط المؤشر في المجتمع μ والذي سنقدره بمتوسط العينة \bar{x} المعروف بالعلاقة: $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$.

- نسبة خاصة معينة في المجتمع R والتي سنقدرها بالنسبة في العينة r المعروف بالعلاقة: $r = \frac{m}{n}$ ، حيث m عدد المتصفين بالخاصة المدروسة في العينة .

4- درجة تجانس المجتمع: ويعبر عنه من خلال تباين المجتمع σ^2 ، فإذا كان التجانس ضعيفاً فإن التباين σ^2 يكون كبيراً ، وعندها فإن حجم العينة n يجب أن يكون كبيراً ، أي أن حجم العينة n يتناسب طردياً مع التباين σ^2 . أما إذا كان تباين المجتمع σ^2 مجهولاً فيتم تقديره من خلال تباين

$$s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

العينة s² المعروف بالعلاقة:

5- مقدار الدقة المطلوبة في التقدير: ويرمز له بـ d ، وهو الحد الأعلى للخطأ المسموح به عند تقدير المؤشرات: ويتم تحديده مسبقاً من قبل المسؤولين عن البحث حسب نوع المؤشر المدروس .

فإذا كان المؤشر المطلوب تقديره هو متوسط المجتمع μ فإننا نضع مقدار الدقة d مساوياً لأي عدد مطلق، (فمثلاً إذا كنا نريد تقدير متوسط الدخل فيمكن أن نضع لـ d=200 أو أي عدد آخر) . وهذا يعني أنه عند تقدير متوسط الدخل يجب أن يكون الخطأ المرتكب فيه (الخطأ المعياري) أقل أو يساوي المقدار المحدد للدقة d .

أما إذا كان المطلوب تقدير النسبة R في المجتمع ، فإن الدقة تحدد على شكل نسبة مئوية مثل d=6% أو d=3% أو d=2% . وهذا يعني أنه عند تقدير النسبة R يجب أن يكون الخطأ المرتكب فيه (الخطأ المعياري) أقل أو يساوي النسبة المحددة للدقة d .

6- الخطأ المعياري للمؤشر المدروس: وهو يحسب لكل مؤشر على حدة ويبرهن في نظرية العينات والاحتمالات على ما يلي:

- إن الخطأ المعياري المرتكب في تقدير متوسط المجتمع μ من خلال متوسط العينة \bar{x} والذي سنرمز له بـ $\sigma_{\bar{x}}$ يتأثر بطريقة السحب، وهو يساوي حسب حالتنا السحب ما يلي:

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \approx \frac{S}{\sqrt{n}} \quad (1) \quad \text{(في حالة السحب مع الإعادة)}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\bar{x}} &= \sqrt{\frac{N-n}{N}} * \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \\ &\approx \sqrt{\frac{N-n}{N}} * \frac{s}{\sqrt{n}} \end{aligned} \quad (2) \quad \text{(في حالة السحب بدون إعادة)}$$

حيث: s هو الانحراف المعياري للعينة ، ويعتبر تقديراً غير متحيز للانحراف المعياري في المجتمع.

- إن الخطأ المعياري المرتكب في تقدير النسبة R في المجتمع من خلال النسبة في العينة r والذي سنرمز له بـ σ_r يساوي حسب حالتنا السحب ما يلي:

$$\sigma_r = \sqrt{\frac{R*(1-R)}{n}} \approx \sqrt{\frac{r*q}{n}} \quad (3) \quad \text{(في حالة السحب مع الإعادة)}$$

$$\sigma_r = \sqrt{\frac{N-n}{N}} * \sqrt{\frac{R*(1-R)}{n}} \approx \sqrt{\frac{N-n}{N}} * \sqrt{\frac{r,q}{n}} \quad (4) \quad \text{(في حالة السحب بدون إعادة)}$$

حيث r هي النسبة في العينة أو في أية عينة تجريبية و $q=1-r$.

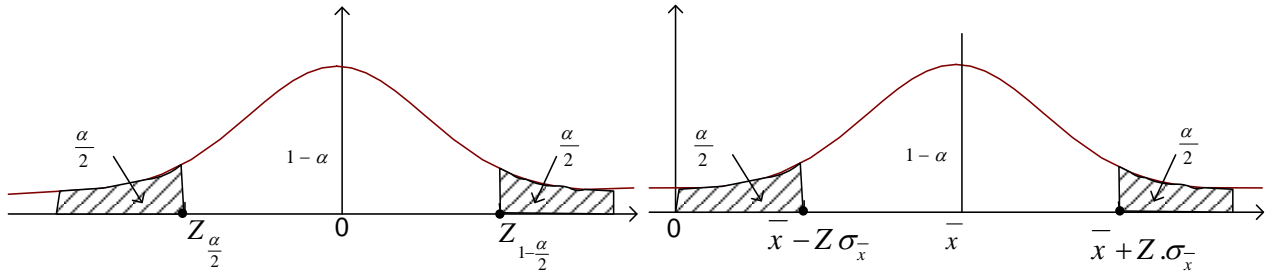
7- مستوى الدلالة المطلوب α : ويتم تحديده مسبقاً من قبل المسؤولين عن البحث وهو يعبر عن احتمال أن يكون التقدير المأخوذ من العينة مرفوضاً، أو أن يكون مقبولاً باحتمال $(1-\alpha)$ ، ويسمى الاحتمال $(1-\alpha)$ باحتمال الثقة في التقدير، لأنه يضمن لنا أن يكون المؤشر المطلوب تقديره واقعاً ضمن مجال محدد يسمى مجال الثقة المقابل للاحتمال $(1-\alpha)$. وعندما نحدد مستوى الدلالة α

نوزعه على طرفي المجال ونضع لكل طرف $\frac{\alpha}{2}$. وعندها تتحدد لدينا من الجداول القيمتان العدديتان لمتحول التوزيع الطبيعي المعياري $Z_{\frac{\alpha}{2}}$ و $Z_{1-\frac{\alpha}{2}}$ الفاصلتان بين منطقتي القبول والرفض ، وبسبب التناظر يكون لدينا $Z_{1-\frac{\alpha}{2}} = -Z_{\frac{\alpha}{2}}$ ، لذلك نأخذ القيمة $Z_{1-\frac{\alpha}{2}}$ ونقوم بإنشاء مجال الثقة المقابل لذلك . وتكون منطقة الرفض واقعة خارج مجال الثقة .

ولإنشاء مجال الثقة لمتوسط المجتمع μ نجعل مركزه متوسط العينة \bar{x} ونصف طوله يساوي $(Z * \sigma_{\bar{x}})$ فنحصل على مجال الثقة الذي يحقق احتمال الثقة المطلوب وهو المجال التالي:

$$P \left[\bar{x} - Z_{1-\frac{\alpha}{2}} * \sigma_{\bar{x}} \leq \mu \leq \bar{x} + Z_{1-\frac{\alpha}{2}} * \sigma_{\bar{x}} \right] = 1-\alpha \quad (5)$$

وهو يأخذ الشكل البياني التالي :



الشكل (2) الشكل المعياري لمجال الثقة

الشكل (1) الشكل العام لمجال الثقة للمتوسط

ولإنشاء مجال الثقة للنسبة R في المجتمع نجعل مركزه النسبة في العينة r ونصف طوله $(Z * \sigma_r)$ فنحصل على مجال الثقة الذي يحقق احتمال الثقة $(1-\alpha)$ التالي:

$$P = \left[r - Z_{1-\frac{\alpha}{2}} * \sigma_r \leq R \leq r + Z_{1-\frac{\alpha}{2}} * \sigma_r \right] = 1-\alpha \quad (6)$$

II- كيفية حساب حجم العينة (في حالة السحب مع الإعادة): لمتوسط المجتمع μ وللنسبة فيه R :
 لحساب حجم العينة n في المعاينة العشوائية البسيطة علينا أن نراعي جميع الشروط المذكورة أعلاه ، وخاصة شرط الدقة d (الحد الأعلى للخطأ المسموح به عند التقدير) ، وهنا علينا أن نحسب حجم العينة n لكل مؤشر على حدة (لمتوسط المجتمع μ وللنسبة فيه R).

1- إذا كان المطلوب تقدير متوسط المجتمع الطبيعي μ ، وكان السحب مع الإعادة، وكان مقدار الدقة المطلوبة d ، فإننا نجعل نصف طول مجال الثقة للمتوسط μ أصغر أو يساوي مقدار الدقة المحدد d فنحصل على ما يلي:

$$Z_{1-\frac{\alpha}{2}} * \sigma_{\bar{x}} \leq d \quad (7)$$

$$Z^2 * \sigma_{\bar{x}}^2 \leq d^2$$

وبما أن $\left(\sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{\sigma^2}{n} \right)$ نجد أن :

$$Z^2 * \frac{\sigma^2}{n} \leq d^2$$

ومنها نجد أن :

$$n \geq \frac{Z^2 * \sigma^2}{d^2} \approx \frac{Z^2 S^2}{d^2} \quad (8) \quad \text{(وهو الحد الأدنى لحجم العينة مع الإعادة)}$$

حيث أن: S^2 هو تباين العينة أو أي عينة تجريبية عشوائية والذي يؤخذ كتقدير لتباين المجتمع σ^2 .

مثال (1): لتقدير متوسط الوزن لطلاب الكلية نريد سحب عينة عشوائية منهم مع الإعادة. والمطلوب حساب الحجم اللازم لهذه العينة لتحقيق دقة لا تتجاوز $d=3 \text{ kg}$ وباحتمال 95% ، إذا علمت أنه تم تقدير تباين المجتمع σ^2 من خلال تباين عينة تجريبية فكان $S^2 = 560$.
ولحساب حجم هذه العينة نطبق العلاقة (8) ونلاحظ أن مستوى الدلالة $\alpha = 0.05$ وأن $Z = 1.96$ ومنها نجد أن :

$$n \geq \frac{(1.96)^2 (560)}{(3)^2} = 239.03 \approx 240$$

وهو حجم العينة الكافي نظرياً لتحقيق الشروط المفروضة على المسألة من حيث الدقة واحتمال الثقة .
علماً بأنه يجب تقريب حجم العينة إلى الأعلى دائماً .

ملاحظة : بعد سحب هذه العينة وإجراء الحسابات المطلوبة نقوم بحساب تباينها الحقيقي S^2 ، ثم نعود ونحسب حجم العينة من جديد للتأكد من أن حجم العينة المسحوبة يحقق الشروط المفروضة على المسألة المدروسة . فإذا كان حجم العينة المسحوبة أقل من حجمها الجديد ، فهذا يعني أنها لا تحقق الشروط المفروضة على المسألة لأسباب تتعلق بعشوائية السحب أو بصحة البيانات أو بغير ذلك ، ولتصحيح ذلك نقوم بزيادة حجم العينة إلى الحجم المطلوب ونعيد الحسابات من جديد .

-2 إذا كان المطلوب تقدير النسبة R في المجتمع، وكان السحب مع الإعادة ، فإننا نجعل نصف طول مجال الثقة أصغر أو يساوي نسبة الدقة d والمحددة كنسبة مئوية صغيرة مثل (2% أو 3%) .

$$Z_{1-\frac{\alpha}{2}} * \sigma_r \leq d \quad (9)$$

$$Z^2 * \sigma_r^2 \leq d^2 \quad \text{وبما أن } \left(\sigma_r^2 = \frac{R(1-R)}{n} \right) \text{ نجد أن:}$$

$$d^2 \geq Z^2 \frac{R(1-R)}{n} \approx Z^2 * \frac{r*q}{n}$$

$$n \geq \frac{Z^2 * r*q}{d^2} \quad (10) \quad \text{(وهذا الحد الأدنى لحجم العينة مع الإعادة)}$$

حيث أن: r هي النسبة في العينة أو في أي عينة تجريبية أو سابقة و $q = 1 - r$.

مثال (2) : لنفرض إننا نريد حساب حجم العينة n المطلوب سحبها مع الإعادة لتقدير نسبة

المدخنين في مجتمع ما بدقة قدرها $d = 0.04$ وباحتمال ثقة 95% ، أي أن $Z_{1-\frac{\alpha}{2}} = 1.96$ ،

علماً بأن المعلومات السابقة تشير إلى أن نسبتهم $r = 0.25$ ، للجواب نطبق العلاقة (10) فنجد أن:

$$n \geq \frac{(1.96)^2(0.25)(0.75)}{(0.04)^2} = \frac{0.7203}{0.0016} = 450.19 \approx 451$$

وبعد سحب هذه العينة وحساب النسبة r فيها نعود ونحسب حجم العينة من جديد للتأكد من أن حجم العينة المسحوبة يحقق الشروط المفروضة على المسألة المدروسة .

III- كيفية حساب حجم العينة (في حالة السحب بدون إعادة): لمتوسط المجتمع μ ثم للنسبة فيه R :

1- إذا كان المطلوب تقدير متوسط مجتمع طبيعي μ وكان السحب بدون إعادة، وكان مقدار الدقة المطلوبة

d . فإننا نجعل نصف طول مجال الثقة أصغر أو يساوي مقدار الدقة d فحصل على ما يلي:

$$Z_{1-\frac{\alpha}{2}} * \sigma_{\bar{x}} \leq d \quad (11)$$

$$Z^2 * \sigma_{\bar{x}}^2 \leq d^2$$

$$Z^2 * \frac{N-n}{N} * \frac{\sigma^2}{n} \leq d^2$$

$$\text{وبما أن: } \sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{N-n}{N} * \frac{\sigma^2}{n} \text{ نجد أن}$$

$$n * N * d^2 \geq Z^2 * N\sigma^2 - Z^2 * n\sigma^2 \quad \text{ومنها نجد أن :}$$

$$nNd^2 + Z^2 * n\sigma^2 \geq Z^2 * N\sigma^2$$

$$n(Nd^2 + Z^2\sigma^2) \geq Z^2 * N * \sigma^2$$

$$n \geq \frac{N * Z^2 * \sigma^2}{Nd^2 + Z^2 * \sigma^2} \quad (12)$$

وباستبدال σ^2 بتباين العينة S^2 أو أي عينة تجريبية نحصل على ما يلي:

$$n \geq \frac{NZ^2 * S^2}{Nd^2 + Z^2 S^2} \quad (13)$$

وهو الحد الأدنى لحجم العينة (في حالة السحب بدون إعادة)

مثال (3): نريد تقدير متوسط دخل الأسرة في الشهر في مجتمع مؤلف من $N = 1000$ أسرة ، وبدقة

لا تتجاوز ل.س. $d = 500$ وباحتمال ثقة 95% . والمطلوب حساب حجم العينة n اللازم لذلك، إذا علمت

أن تباين الدخل في ذلك المجتمع ($\sigma^2 = 7562000$) وإن السحب بدون إعادة . لحساب حجم العينة

n نلاحظ أن مستوى الدلالة $\alpha = 0.05$ وأن $Z_{1-\frac{\alpha}{2}} = 1.96$ وبتطبيق العلاقة (12) نحصل على أن:

$$n \geq \frac{1000(1.96)^2(7562000)}{1000(500)^2 + (1.96)^2(7562000)} = \frac{29050179200}{279050179.2} = 104.10 \approx 105$$

وهو حجم العينة n الكافي نظرياً لتحقيق شروط المسألة في الدقة واحتمال الثقة، مع ملاحظة أنه يجب

تقريب حجم العينة إلى الأعلى دائماً .

ملاحظة: إذا كان تباين المجتمع σ^2 مجهولاً ، فإننا نعمل على إيجاد تقدير له من خلال سحب عينة تجريبية بحجم معقول ثم حساب تباينها S^2 وتعويضه في العلاقة (13) فنحصل على الحجم المطلوب. وأخيراً نذكر إلى أنه بعد سحب العينة وإجراء الحسابات اللازمة من بياناتها، يجب أن نتأكد من إنها تحقق الشروط المفروضة على المسألة .

ملاحظة: من مقارنة العلاقتين (8) و (13) نجد أن حجم العينة n المحسوبة بنفس الشروط في حالة السحب بدون إعادة أصغر من حجمها n_0 في حالة السحب مع الإعادة، وهما يرتبطان بالعلاقة :

$$n = \frac{N*n_0}{N+n_0}$$

تعليق: إن العلاقة (13) هي العلاقة الأساسية لحساب حجم العينة في حالة السحب بدون إعادة ، ولكن بعض المؤلفين والباحثين قام بتحويلها إلى أشكال أخرى . فقام أحدهم بتقسيم البسط والمقام على S^2 ، فحصل على أن:

$$n \geq \frac{NZ^2}{N\left(\frac{d^2}{S^2}\right)+Z^2} \approx \frac{NZ^2}{Ne^2+Z^2} \quad \left(e^2 = \frac{d^2}{S^2}\right) \quad (14)$$

وقام بعضهم بتقسيم البسط والمقام على (Z^2S^2) فحصل على أن :

$$n \geq \frac{N}{N\left(\frac{d^2}{Z^2S^2}\right)+1} \approx \frac{N}{NE^2+1} \quad \left(E^2 = \frac{d^2}{Z^2*S^2}\right) \quad (15)$$

وقام بعضهم بتقسيم البسط والمقام على \bar{x}^2 وادخل معامل الاختلاف CV في المعادلة (13) فحصل على أن:

$$n \geq \frac{NZ^2\frac{S^2}{\bar{x}^2}}{N\left(\frac{d^2}{\bar{x}^2}\right)+Z^2*\frac{S^2}{\bar{x}^2}} = \frac{NZ^2*CV^2}{N\delta^2+Z^2*CV^2} \quad \left(\text{حيث أن } CV = \frac{S}{\bar{x}} \text{ وأن } \delta = \frac{d}{\bar{x}} \text{ الدقة النسبية}\right) \quad (16)$$

وقام بعضهم بتقسيم البسط والمقام على حجم المجتمع N (أو على Nd^2) فحصل على أن:

$$n \geq \frac{Z^2\sigma^2}{d^2+\frac{Z^2\sigma^2}{N}} \approx \frac{Z^2s^2}{d^2+\frac{Z^2S^2}{N}} \quad (17)$$

ومنها استنتج أنه عندما يكون حجم المجتمع N كبيراً فإن المقدار $\left(\frac{Z^2S^2}{N}\right)$ يصبح مهماً وإن العلاقة السابقة (16) تأخذ الشكل التالي :

$$n \geq \frac{Z^2S^2}{d^2} \quad (18)$$

وهي نفس العلاقة (8) لحالة السحب مع الإعادة . ومنها يمكننا أن نستنتج مايلي:

نتيجة هامة. عندما يكون حجم المجتمع N كبيراً فإن حجم العينة n في حالة السحب بدون إعادة يصبح

متقارباً مع حجمها في حالة السحب مع الإعادة، وعندها يمكننا حساب حجم العينة في كلتا حالتى السحب

من العلاقة :

$$n \geq \frac{z^2 s^2}{d^2} \quad : \quad (n \ll N) \quad (19)$$

حيث s^2 هو تباين العينة أو أي عينة تجريبية .

علماً بأنه كان يمكننا الحصول على هذه النتيجة من قيمة الخطأ المعياري للمتوسط المعرف في العلاقة (2) . حيث نجد أنه عندما يكون N كبيراً فيكون $(n \ll N)$ وعندها فإن كسر معامل التصحيح يصبح قريباً من الواحد أي أن :

$$\frac{N-n}{N} \approx 1 \quad : \quad (n \ll N)$$

وعندها نجد أن الخطأ المعياري لحالة السحب بدون إعادة يصبح متقارباً من الخطأ مع الإعادة أي أن :

$$\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{N-n}{N}} * \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \approx \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \approx \frac{s}{\sqrt{n}} \quad : \quad n \ll N \quad (20)$$

2- إذا كان المطلوب تقدير النسبة R في المجتمع وكان السحب بدون إعادة ، فإننا نجعل نصف طول مجال الثقة أصغر أو يساوي نسبة الدقة المحددة d فنجد أن :

$$Z_{1-\frac{\alpha}{2}} * \sigma_r \leq d \quad \text{حيث أن} \quad \sigma_r = \sqrt{\frac{N-n}{N}} * \sqrt{\frac{R(1-R)}{n}}$$

$$Z^2 * \frac{N-n}{N} * \frac{R(1-R)}{n} \leq d^2$$

$$n * Nd^2 \geq N * Z^2 R(1-R) - nZ^2 * R(1-R)$$

$$n(Nd^2 + Z^2 R(1-R)) \geq N * z^2 * R(1-R)$$

ومنها نجد أن:

$$n \geq \frac{N * Z^2 * R(1-R)}{Nd^2 + Z^2 * R(1-R)} \quad (21)$$

وباستبدال النسبة R بالنسبة r في العينة أو في أي عينة تجريبية نحصل على أن :

$$n \geq \frac{N * Z^2 * r * q}{Nd^2 + Z^2 * r * q} \quad : \quad \text{حيث أن: } q=1-r \quad (22)$$

وهي العلاقة الأساسية لحساب حجم العينة n عند تقدير النسبة R ، ويمكن تحويلها إلى أشكال أخرى كما رأينا في حالة المتوسط من خلال علاقات مشابهة للعلاقات (14)، (15)، (16)، (17) . فمثلاً لو

$$n \geq \frac{(Z/d)^2 * r * q}{1 + (1/N)(Z/d)^2 * r * q} \quad (23) \quad \text{نحصل على العلاقة الآتية:}$$

ملاحظة: عند حساب حجم العينة ، غالباً ما يتم حساب النسبة r من أي عينة تجريبية وقد تكون قيمتها الحقيقية 20% أو 30% أو 40% أو غير ذلك ، وبعد تعويضها في العلاقة (22) نحصل على حجم العينة المطلوب . ولكن عندما تكون النسبة المدروسة متوازنة في المجتمع المدروس (كنسبة الإناث في المجتمع

العام التي تأخذ حوالي $(R=0.50)$ فإن حجم العينة n المحسوبة من تلك العلاقة يبلغ أكبر قيمة له . وذلك لأن الجداء $(R*(1-R))$ يأخذ أكبر قيمة له عندما تكون $(R=0.50)$, ويساوي: $R*(1-R)(0.50)(0.50)=(0.25)$. وبناءً على هذه الخاصة يقوم بعض الباحثين بحساب حجم n من العلاقة (22) بافتراض أن النسبة متوازنة في المجتمع ويضعون فيها $(r = 0.50)$ و $(q = 0.50)$ ويعوضون قيم باقي المؤشرات d, N, Z بقيمها المحددة ، فيحصلون على أكبر حجوم للعينات المقابلة لإحجام مختلفة لمجتمعات متوازنة (وذلك في حالة $r = 0.50$) . وبناءً على ذلك قام بعضهم بتطبيق العلاقة (22) وحسب أحجام العينات المقابلة لمستويات معينة من الدقة d وعند مستوى دلالة محدد $\alpha = 0.05$ والمقابل لـ $Z = 1.96$ فحصل على الجدول التالي :

الجدول (1) أحجام العينات (بدون إعادة) المقابلة لأحجام مختلفة من مجتمعات متوازنة وحسب قيم مختلفة للدقة d

نسبة الدقة $d =$				حجم المجتمع N
%1	%2	%3	%5	
50	49	48	44	50
99	96	91	79	100
148	141	132	108	150
196	185	168	132	200
244	226	203	151	250
291	267	234	168	300
384	343	291	196	400
475	414	340	217	500
696	571	440	254	750
906	706	516	278	1000
1655	1091	696	322	2000
3288	1622	879	357	5000
4899	1936	964	370	10000
8762	2345	1056	383	100000
9513	2395	1066	384	1000000
9595	2400	1067	384	10000000

المصدر: sounders lewis & thornhl, 2009

مثال (4): لتوضيح كيفية حساب أحجام هذه العينات نفترض أننا نريد أن نسحب بدون إعادة عينة بحجم n من مجتمع طبيعي (كلية الاقتصاد) حجمه معلوم $N = 1000$ لتقدير نسبة الإناث فيه وبدقة محددة $d=0.03$ وباحتمال ثقة قدره 95% (أي بمستوى دلالة $\alpha = 0.05$ وهو يقابل قيمة حرجة تساوي $Z_{1-\frac{\alpha}{2}} = 1.96$) . وللحصول على أكبر حجم للعينة المطلوبة نفترض أن هذا المجتمع متوازن جنسياً ونضع نسبة الإناث $R=0.50$ ونعوض في العلاقة (21) فنحصل على أن:

$$n \geq \frac{1000(1.96)^2(0.50)(0.50)}{1000(0.03)^2 + (1.96)^2(0.50)(0.50)} = \frac{960.4}{1.8604} = 516.23 \approx 517 \quad \text{(انظر الجدول):}$$

ولكن إذا علمنا من شؤون الطلاب أن نسبة الإناث في ذلك المجتمع $R = 0.40$ ، فإننا نكون في مجتمع غير متوازن من حيث الجنس . وعندها نقوم بتعويض هذه القيمة في العلاقة (21) فنحصل على أن حجم العينة المطلوب يساوي :

$$n \geq \frac{1000(1.96)^2(0.40)(0.60)}{1000(0.03)^2 + (1.96)^2(0.40)(0.60)} = \frac{921.984}{1.821984} = 506$$

وهو حجم العينة الكافي لتحقيق الشروط المفروضة على هذه المسألة .

ولكن إذا كنا نريد تقدير نسبة المدخنين في المجتمع المذكور وبنفس الشروط السابقة وكانت هذه النسبة مجهولة فإننا نكون في مجتمع غير متوازن من حيث خاصة التدخين، لذلك يجب أن نبحث عن تقدير أولي لنسبة المدخنين فيه، ولهذا نسحب عينة تجريبية بحجم معقول (وليكن $n=100$) ونستخلص منها تقدير نسبة المدخنين الأولية في المجتمع ، ولنفترض إنها كانت تساوي $r = 0.35$. وعندها نقوم بحساب حجم العينة من العلاقة (22) فنجد أن:

$$n \geq \frac{1000(1.96)^2(0.35)(0.65)}{1000(0.03)^2 + (1.96)^2(0.35)(0.65)} = \frac{873.964}{1.77396} = 492.48 \approx 493$$

وهو حجم العينة الكافي لتحقيق شروط المسألة وهي أن يكون احتمال الثقة أكبر من 95% وأن تكون نسبة الخطأ المعياري (المرتكب) في تقدير النسبة لا تزيد عن مقدار الدقة المحددة بـ 3% . وكل ذلك بفرض أن جميع عناصر هذه العينة ستستجيب للمعاينة وتعطينا البيانات الصحيحة عن أحوالها .

أما إذا كانت الاستجابة غير كاملة فيجب أن نقسم حجم العينة n على نسبة الاستجابة p ، فنحصل على حجم العينة \hat{n} اللازم للمعاينة من العلاقة : $(\hat{n} = \frac{n}{p})$.

وفي جميع الأحوال يجب على الباحث أن يقوم بإعادة حساب حجم العينة \hat{n} اللازم للمعاينة اعتماداً على بيانات العينة النهائية المستخدمة في البحث نفسه. وذلك للتأكد من حجمها ومن صلاحيتها ومن أنها تحقق الشروط المفروضة على البحث.

ملاحظة: لحساب حجم العينة الكلية في المعاينة الطبقيّة يمكننا استخدام نفس العلاقات وتطبيقها على المجتمع الطبقي ، فنحصل على حجم العينة الكلية n ، ثم نقوم بتوزيعها على الطبقات حسب أحجامها النسبية من المجتمع . كما يمكن اعتبار كل طبقة مجتمعاً مستقلاً وحساب أحجام العينات الطبقيّة وذلك بتطبيق نفس العلاقات السابقة على كل طبقة ، ثم دمج هذه العينات الطبقيّة فنحصل على العينة الكلية . كما يمكن أخذ التكلفة بعين الاعتبار ... الخ . وهناك أمور كثيرة أخرى لا مجال للبحث فيها الآن .